**РЕКОМЕНДАЦИЯ**
**на премию**
## СПбМО «Молодому математику»

Достойнейший кандидат на премию СПбМО «Молодому математику» 2026 года -- Иван Алексеевич Бочков. Позвольте объяснить, почему.

Среди многочисленных обобщений дзета-функции Римана особое место принадлежит дзета-функции Хелсона. Она зависит о т естественного параметра – характера (вполн мультипликативной унимодулярной функции на множестве натуральных чисел). Как и дзета-функция Римана, она определена своим рядом Дирихле в полуплоскости $\mathrm{Re}\, s > 1$, обладает представлением типа Эйлера в виде бесконечного произведения и допускает аналитическое продолжение в полосу $½ < \mathrm{Re}\, s \le 1$ при почти всех значениях характера. И. А. Бочкову удалось показать, что исключительное множество характеров чрезвычайно богато – любые дискретные непересекающиеся подмножества критической полосы без точек накопления на прямой $\mathrm{Re}\, s = 1$ будут множествами, соответственно, нулей и полюсов мероморфного продолжения этой функции при подходящем выборе характера, принимающего всего три значения: $1, (-1\pm i\sqrt{3})/2$. Особенно эффектно выглядит следующий вариант этого основного результата – для любых двух дизъюнктных дискретных подмножеств в критической полуполосе $½ < \mathrm{Re}\, s \le 1$, не накапливающихся к правой границе и симметричных относительно вещественной оси, можно покрасить простые числа в два цвета таким образом, что, если положить характер равным 1 на числах одного цвета и -1 – на числах другого, то эти два множества будут в точности множествами нулей и полюсов соответствующей дзета-функции Хелсона.

Доказанная теорема исчерпывает задачу – в полученных ранее результатах на эту тему (К. Сейп) множество полюсов зависело от множества нулей, либо накладывались дополнительные условия на множества особенностей. Кроме того, построения предыдущих работ использовали вероятностные аргументы, чтобы доказать возможность доопределить характер на большей части простых чисел, не испортив свойства функции, и, таким образом, были неконструктивными. Доказательство Бочкова конструктивно. В его основе лежит остроумная идея интерполяции с

помощью рациональной функции, степень которой зависит от расположения особенности.

Уже за один этот результат И. А. Бочков, как мне кажется, заслуживает премии СПбМО, но в самое последнее время Бочков решил еще одну задачу. Задача относится к гармоническому анализу функций на прямой. Бочков показал, что лемма Н. Лева -- А. Целищева, позволяющая приблизить единицу тригонометрическими полиномами P и QP в $l^p$-норме коэффициентов Фурье так, что соответствующие частичные суммы Q, умноженные на P, остаются ограниченными, перестает быть верной при $p<(1+\sqrt{5})/2$. Указанная лемма представляет собой ключевой момент в доказательстве существования квазибазиса на оси из разделенных сдвигов. Результат Бочкова показывает что установить существование квазибазисов методами Лева-Целищева при малых p не получится. Доказательство основано на построении специального дерева из диадических разбиений функций и чрезвычайно сложно технически.

Указанные результаты опубликованы в ведущих математических журналах мира. Предлагаю присудить премию СПбМО за 2026 год И. А. Бочкову.



Доцент факультета математики и компьютерных наук СПбГУ,

доктор физико-математических наук,

Р. В. Романов

30 мая 2026 года